Otokorelasyon

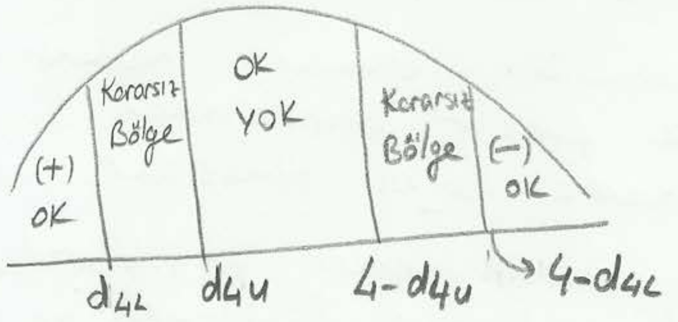
Wallis Testi

* Buraya kadar açıklanan testler üçer aylık veri kullanılması durumunda OK olup olmadığını anlamak için kullanılamazlar.
* 3-er aylık veriler için 4. dereceden OK olup olmadığı Wallis testi ile anlaşılabilir.
* Bu test Durbin Watson testinin dördüncü dereceden OK için düzenlenmiş halidir.

$H_0: \rho_4 = 0 \Rightarrow$ 4. dereceden OK YOK

$H_1: \rho_4 \neq 0 \Rightarrow$ 4. dereceden OK VAR

$$d_4 = \frac{\sum_{t=5}^{n} (\hat{u}_t - \hat{u}_{t-4})^2}{\sum \hat{u}_t^2}$$



⇒ DW-d-nin 4 gecikme için düzenlenmiş halidir.

⇒ DW-d testinde olduğu gibi tablodan d_U ve d_L değerleri bulunmalıdır.

⇒ Fakat DW-d tablosu yerine Wallis tablosu (X-a ve X-b) kullanılır.

⇒ d_U ve d_L yerine ise $d_{4,L}$ ve $d_{4,U}$ değerleri kullanılır.

* Wallis testi için iki farklı tablo düzenlenmiştir. Tablolardan biri sabit terimli normal regresyon modeli içindir. Diğeri ise mevsimsel kukla değişkenli regresyon modeli içindir.
* Wallis testi uygulamadan önce 4. dereceden OK Δ-alternatif ya da LM testi ile test edilmelidir. $\rho_1 = \rho_2 = \rho_3 = 0$ ve $\rho_4 \neq 0$ olması durumunda Wallis testi uygulanmalıdır.

<u>Not:</u> Kukla değişkenler daha sonra incelenecektir.

Berenblut-Webb Testi

* Daha sonra açıklanacağı gibi otokorelasyon durumunda OK-nın düzeltilmesi için kullanılacak yöntemlerden biri ilk farklar yöntemidir. İlk farkların alınması ile oluşacak modellerde sabit katsayı yer almamaktadır.

* Bu nedenle ilk farklar alındıktan sonra oluşturulacak model için DW-d testi kullanılamaz. (DW-d testinin uygulanabilmesi için sabit terim şarttır)

* Berenblut-Webb testi ilk farklar alınmış modelde OK varlığını belirlemek amacıyla kullanılan bir testtir.

* Kısacası OK olan modellerde OK'u gidermek için ilk farkları almaya gerek olup olmadığını test eder.

* İlk farklar alınıp test istatistiği oluşturulduktan sonra test prosedürü DW-d testi ile aynıdır.

$H_0: \rho = 0 \Rightarrow$ 1. dereceden OK YOK

$H_1: \rho \neq 0 \Rightarrow$ 1. dereceden OK VAR

$$g = \frac{\hat{\sum}_{t=2} \hat{e}_t^2}{\hat{\sum}_{t=1} \hat{u}_t^2}$$

- $\hat{e}_t$ ilk farklar denkleminin artıklarıdır ve $\hat{u}_t$-den farklıdır.
- $\hat{\sum}_{t=2}$ teriminin olmasının nedeni ilk farklar alındığından bir devre kaybı olmasıdır.
- $\hat{u}_t$ orjinal denklemin artıklarıdır.

* g - test istatistiği DW-d testi tablosundan (Tablo-6a ve Tablo-6b Durbin-Watson) bulunacak değerlerle karşılaştırılarak OK olup olmadığı karar verilir.

Kısa Not!

İlk farklar yöntemi

ana model $\rightarrow$ $y_t = B_0 + B_1 X_t + u_t \Rightarrow$ t zaman

$- \quad y_{t-1} = B_0 + B_1 X_{t-1} + u_{t-1} \Rightarrow$ t-1 zaman

$$\underbrace{y_t - y_{t-1}}_{y_t^*} = B_1 \underbrace{(X_t - X_{t-1})}_{X_t^*} + \underbrace{(u_t - u_{t-1})}_{\hat{e}_t}$$

$y_t^* = B_1 X_t^* + \hat{e}_t \Rightarrow$ ilk farklar alındıktan sonraki model

LM (Breusch-Godfrey) Testi

* LM (Lagrange multiplier - lagrange çarpanı) adı da verilmektedir.
* Yüksek dereceden modellerde, AR(q), kullanılabilir.
* Büyük örneklem testidir.
* D-alternatif testine çok benzer. Tek farkı bütün mertebelerin bir bütün olarak test edilmesidir.
* D-alternatif testindeki gibi ana model ve yardımcı model vardır. Yardımcı modelde bağımlı değişken ana modeldeki tahmin edilen artıklardır. Yardımcı AR(q) modeline ana modelin tüm bağımsız değişkenlerin ve $\hat{u}_t$-nin tüm gecikmeli değişkenleri bağımsız değişken olarak eklenir.

ana model $\Rightarrow Y_t = \alpha_0 + \alpha_1 Y_{t-1} + \alpha_2 X_t + u_t \Rightarrow \hat{u}_t$ tahmin et

$$\hat{u}_t = \delta_0 + \delta_1 Y_{t-1} + \delta_2 X_t + \rho_1 \hat{u}_{t-1} + \rho_2 \hat{u}_{t-2} + \dots + \rho_s \hat{u}_{t-s} + \varepsilon_t$$

$H_0: \rho_1 = \rho_2 = \dots = \rho_s = 0 \Rightarrow$ S. dereceden OK YOK

H_1: $\underbrace{H_0 \text{ doğru değil}}_{\text{en az biri sıfırdan farklı}} \Rightarrow$ S. dereceden OK VAR.

* Büyük örneklem testi olduğundan F testi yerine büyük örneklem için kullanılan LM testi kullanılır.

$$LM = n R^2$$

$\Rightarrow$ LM-istatistiği χ^2 dağılımı yapar

$\boxed{\chi^2 \text{ tablosu kullanılır} \Longrightarrow LM \sim \chi^2_s}$

$\Rightarrow R^2 \Rightarrow$ yardımcı modelin belirlilik katsayısı

$\Rightarrow n \Rightarrow$ ikinci model gözlem sayısı

$\Rightarrow s \Rightarrow$ serbestlik derecesi

Not: $T - s = n$

T: ilk model veri sayısı; s: gecikme; n: ikinci model veri sayısı

- ikinci modelde s adet gözlem kaybedildi.

Forebrother Testi

* Dw-d testi modelde eğer sabit katsoyı yoksa hatalı sonuç vereceğinden uygulanamaz.

* Modelde eğer sabit katsoyı yoksa 1. dereceden OK varlığını araştırmak için Forebrother testi kullanılır.

* Test istatistiği Dw-d ile aynıdır.

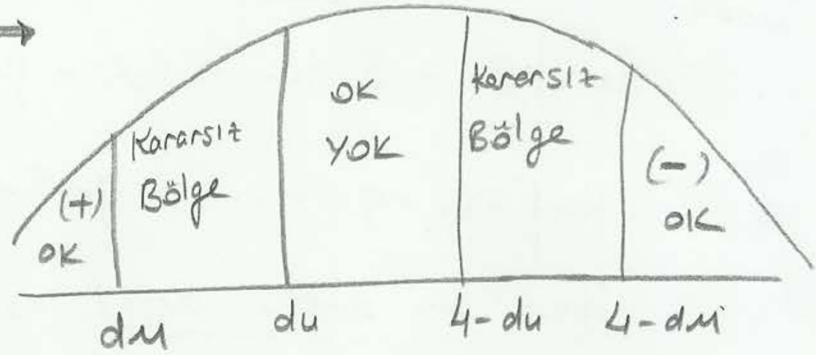
* Test prosedüründeki tek fark d_L (alt limit) yerine d_M (alt limit) kullanılmasıdır. ($d_M < d_L$)

* d_M ve d_U değerleri yine tablodan bulunmalı ve d istatistik değeri ile α anlamlılık seviyesine dikkat ederek karşılaştırılmalıdır.

$H_0: \rho = 0 \Rightarrow$ 1. dereceden OK YOK

$H_1: \rho \neq 0 \Rightarrow$ 1. dereceden OK VAR

$$d = \frac{\sum_{t=2}^{\hat{}} (\hat{u}_t - \hat{u}_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^{\hat{}} \hat{u}_t^2} \Longrightarrow$$



* Eğer OK yoksa, Forebrother testi Dw-d testi ile karşılaştırıldığında aynı sonucu verir.

* Eğer OK varsa, Forebrother testi Dw-d testi ile karşılaştırıldığında farklı (hatalı) sonuç verir.

* Tablo değerleri XI-a ve XI-b Forebrother tablosundan bulunmalıdır.

King Testi

* Aylık veriler için OK testi yapılırken kullanılır.
* Dw-d test istatistiğine çok benzerdir. Sadece 12 aylık veri kullanıldığı için 12 gecikme için hesaplanır.

$H_0: \rho_{12} = 0 \Rightarrow$ OK YOK

$H_1: \rho_{12} \neq 0 \Rightarrow$ OK VAR

$$d_{12} = \frac{\sum_{t=13}^{n} (\hat{u}_t - \hat{u}_{t-12})^2}{\sum_{t=1}^{n} \hat{u}_t^2}$$

* Test sonucuna karar verilirken XII a ve XII b King tablolarına bakılır.
* Uygun tablo seçilerek du ve dL değerleri hesaplanır ve aynı Dw-d testinde olduğu gibi karar verilir.

Otokorelasyonun Düzeltilmesi

* OK testleri ile OK-a karar verilirse model daha önce açıklanan şekilde etkilenir $\Rightarrow$ (t-test, F test, R^2)
* OK'un bu etkilerinin kaldırılması için en sık kullanılan yöntem ilk farklar yöntemidir.

① İlk Farklar Yöntemi

* OK'un etkilerini ortadan kaldırmak için değişkenlerin bir önceki değerleri çıkartılarak değişkenler hepsinden dönüşüme uğratılır.

$$Y_t = B_0 + B_1 X_t + u_t \Rightarrow t \text{ zamanı}$$

$$Y_{t-1} = B_0 + B_1 X_{t-1} + u_{t-1} \Rightarrow t-1 \text{ zamanı}$$

$$y_t - y_{t-1} = (B_0 - B_0) + B_1 (X_t - X_{t-1}) + (u_t - u_{t-1})$$

$$y_t - y_{t-1} = B_1 (x_t - x_{t-1}) + (u_t - u_{t-1})$$

$$y_t^* = B_1 X_t^* + u_t^*$$

↳ tahmin edilecek model

$y_t^* = y_t - y_{t-1}$

$x_t^* = x_t - x_{t-1}$

$u_t^* = u_t - u_{t-1}$

* İlk farklar alınması ile elde edilen modelde OK olmaması beklenir.
* Yeni modelde OK'un ortadan kalkıp kalkmadığını belirlemek için uygun bir test seçilip uygulanır. ⇒ hangi testler?

* Modele trendi ifade etmek için bir zaman değişkeni t ilave edilirse

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 X_t + \beta_2 t + u_t$$ ⇒ burada t birer birim artan zaman değişkenidir

$$Y_{t-1} = \beta_0 + \beta_1 X_{t-1} + \beta_2 (t-1) + u_{t-1}$$

$$-$$

$$\underbrace{Y_t - Y_{t-1}}_{=Y_t^*} = \beta_1 \underbrace{(X_t - X_{t-1})}_{=X_t^*} + \beta_2 \underbrace{(t - t + 1)}_{=1} + \underbrace{(u_t - u_{t-1})}_{=u_t^*}$$

$$Y_t^* = \beta_2 + \beta_1 X_t^* + u_t^*$$ ⇒ Modelde sabit terim vardır. Bu nedenle son modelde ilk farklar alındıktan sonra OK araştırmak için D-W-d testi kullanılabilir.

② Genelleştirilmiş Farklar Yöntemi

* Bu yöntemde ρ'nun bilinmesi gerekir (tahmin edilmesi)
* Bu yöntemde değişkenlerin hepsinden bir önceki devre değerinin ρ ile çarpımı çıkarılır.

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 X_t + u_t$$ ⇒ t zaman

$$\rho Y_{t-1} = \rho \beta_0 + \rho \beta_1 X_{t-1} + \rho u_{t-1}$$ ⇒ t-1 zaman

$$-$$

$$\underbrace{Y_t - \rho Y_{t-1}}_{=Y_t^*} = \underbrace{\beta_0(1-\rho)}_{=\beta_0^*} + \beta_1 \underbrace{(X_t - \rho X_{t-1})}_{=X_t^*} + \underbrace{u_t - \rho u_{t-1}}_{=u_t^*}$$

$$Y_t^* = \beta_0^* + \beta_1 X_t^* + u_t^*$$

↳ modeli tahmin edilir. Elde edilecek tahminciler en iyi doğrusal sapmasız tahmincidir.

* OK'un hala var olup olmadığını test etmek için uygun test kullanılmalıdır.

* İlk farklar yöntemi Genelleştirilmiş farklar yönteminin özel halidir. $\rho = 1$ ise Genelleştirilmiş farklar = İlk farklar