

Otokorelasyon SebepleriSistemik Kısım

- Fonksiyonel Form
- ihmal edilmiş değişken
- Gereksiz değişken
- Yapısal kırılma

Veri Özellikleri

- AR modeller
 - Trend
 - Veri işleme /ölçme hatası
 - Örümcek ağı teoremi
- $$Arz_t = \alpha_0 + \alpha_1 Fiyat_t + \epsilon_t$$
- $$Fiyat_t = \beta_0 + \beta_1 Arz_t + u_t$$

Otokorelasyon Sonuçları

Küçük örneklem

- ① OK varlığında SEKK tahmincileri sapmasızdır.
- ② OK varlığında SEKK tahmincileri doğrusaldır.
- ③ OK varlığında SEKK tahmincileri etkin değildir.

* OK olması durumunda SEKK tahmincileri ($\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1, \dots, \hat{\beta}_k$) sapmasızdır fakat etkin değildir. Bu nedenle en iyi doğrusal sapmasız tahminciler de değildir.

Asimtotik özellikler

- ① OK varlığında SEKK tahmincileri sapmasızdır.
 - ② OK varlığında SEKK tahmincileri etkin değildir.
 - ③ OK varlığında SEKK tahmincileri tutarlıdır.
- $\text{plim } \hat{\beta}_k = \beta_k$ $n \rightarrow \infty$ ⇒ asimtotik olarak gerçek değere gider.

Sapmasızlık: Beklenen parametre değerinin gerçek parametre değerine yakınsaması.

$$E(\hat{\beta}_1) = \beta_1$$

Etkinlik: Sapmasızlık tahminciler sınıfında minimum varyansa sahip olması.

Tutarlılık: $n \rightarrow \infty$ iken parametre ^{tahmincilerinin} değerinin gerçek parametre değerine yakınsaması.

Otokorelasyon'un Hata Terimleri Varyansına Etkisi

* t-testlerinin ve parametre aralık tahminlerinin yapılması için parametre tahmincilerinin varyansları gerekmektedir.

* Parametre tahmincilerinin varyansında ise hata terimi varyansı σ_u^2 kullanılır.

* σ_u^2 ise $\hat{\sigma}_u^2$ ile tahmin edilir.

* Basit doğrusal regresyonu hatırlayın...

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 X_t + u_t$$

n = veri sayısı
 k = bağımsız değişken sayısı

$$\text{Var}(\hat{\beta}_0) = \hat{\sigma}_u^2 \left[\frac{1}{n} + \frac{\bar{X}^2}{\sum (x_i - \bar{x})^2} \right]$$

$$\text{Var}(\hat{\beta}_1) = \frac{\hat{\sigma}_u^2}{\sum (x_i - \bar{x})^2} \quad \hat{\sigma}_u^2 = \frac{\sum \hat{u}_t^2}{n - k}$$

• OK varlığında $\hat{\sigma}_u^2$ sapmalıdır!!!

• $\hat{\sigma}_u^2$ 'nin sapmalı olması, $\text{Var}(\hat{\beta}_k)$ 'nin de sapmalı olmasına neden olur.

+ Zaman serilerinde OK (+) ise sapma negatiftir.

yani $\hat{\sigma}_u^2$ ve $\text{Var}(\hat{\beta}_k)$ gerçinden küçük tahmin edilir.

Neden?

* Hatırlatma !!!

$$\sqrt{\text{Var}(\hat{\beta}_1)} = \text{se}(\hat{\beta}_1) \quad \sqrt{\text{Var}(\hat{\beta}_0)} = \text{se}(\hat{\beta}_0)$$

• OK varlığında eğer parametre tahminlerinin varyansları sormalı ise t-değerleri ve dolayısıyla t-testleri etkilenir.

• β_k için anlamlılık testi yaptığımızı düşünelim

$$H_0: \beta_k = 0$$

$$H_1: \beta_k \neq 0$$

$$t\text{-değeri} = \frac{\hat{\beta}_k - \beta_k}{\text{se}(\hat{\beta}_k)} \Rightarrow t\text{-değeri} = \frac{\hat{\beta}_k}{\text{se}(\hat{\beta}_k)}$$

• $\text{Var}(\hat{\beta}_k)$ sormalı ise $\text{se}(\hat{\beta}_k)$ de sormalı olur.

• $\text{se}(\hat{\beta}_k)$ ise t-değeri de olması gereken değeri almaz.

• $\text{Var}(\hat{\beta}_1)$ olması gerekenden küçük ise $\text{se}(\hat{\beta}_k)$ de olması gerekenden küçük olur \Rightarrow bu nedenle t-değeri de olması gerekenden büyük olur.

OK (+) ise $\text{se}(\hat{\beta}_k) \downarrow \Rightarrow t \uparrow \Rightarrow$ sonuç: doğru olmasına rağmen temel hipotezin yanlış olarak reddine daha sık neden olur.
yani β_k parametresi istatistikî olarak anlamlı olmamasına rağmen anlamlı sonucu bulabilirsiniz.

* OK varlığında $se(\hat{\beta}_k)$ sapsmalı ise parametre aralık tahmincisi de yanlış olacaktır.

$$\bullet \hat{\beta}_k - t_{\alpha/2} \cdot se(\hat{\beta}_k) < \beta_k < \hat{\beta}_k + t_{\alpha/2} \cdot se(\hat{\beta}_k)$$

OK (+) ise $Var(\hat{\beta}_k) \downarrow \rightarrow se(\hat{\beta}_k) \downarrow \rightarrow$ aralık tahmini olması gerekenden daha küçük olur.

* OK varlığında R^2 de etkilenir.

$$R^2 = 1 - \frac{SSR}{SST} = \frac{SSE}{SST}$$

$SSR = \sum \hat{u}_i^2 \Rightarrow$ residual sum of squares (artık kareleri toplamı)

$SSE = \sum (\hat{y}_i - \bar{y})^2 \Rightarrow$ explained sum of squares (açıklanan kareler toplamı)

$SST = \sum (y_i - \bar{y})^2 \Rightarrow$ total sum of squares (toplam kareler toplamı)

$\hat{\sigma}_u^2 = \frac{\sum \hat{u}_i^2}{n-k} \Rightarrow$ farklı olacağından $\Rightarrow SSR$ ve R^2 de farklı olur.

* OK (+) ise \Rightarrow sapma negatiftir

$$\hookrightarrow \hat{\sigma}_u^2 \downarrow \Rightarrow \sum \hat{u}_i^2 \downarrow \Rightarrow SSR \downarrow \Rightarrow R^2 \uparrow$$

• sonuç: yanlış olmasına rağmen sağ tarafın sol tarafı daha iyi açıkladığını düşünürsün.

* OK varlığında F testi de etkilenir.

• Modelin geneli için anlamlılık testi: F-testi

$$H_0: \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_k = 0$$

$$H_1: H_0 \text{ doğru değil}$$

$$F = \frac{R^2/k}{(1-R^2)/(n-k-1)}$$

• OK (+) ise \Rightarrow sapma negatif

$$\hookrightarrow \hat{\sigma}_u^2 \downarrow \Rightarrow \sum \hat{u}_i^2 \downarrow \Rightarrow SSR \downarrow \Rightarrow R^2 \uparrow \Rightarrow F \uparrow$$

• sonuç: doğru olmasına rağmen H_0 hipotezi yanlış olarak daha sık red edilir. Yani modelin geneli için istatistik olarak anlamlı sonucu bulunur fakat model gerçekte anlamlı olmayabilir.

* Genel sonuca: OK (t) ise

↳ $\hat{\sigma}_u^2 \downarrow \Rightarrow se(\hat{\beta}_k) \downarrow \Rightarrow t\text{-değeri} \uparrow$

↳ $R^2 \uparrow \Rightarrow F\text{-değeri} \uparrow$

Otokorelasyonun Belirlenmesi

* Bu noktaya kadar hesaplamasında regresyon modelindeki hata terimlerini (u_t) kullandık. Fakat hata terimleri gözlemlenemediğinden bunların bir yansıması olan artıklar (\hat{u}_t) kullanılmalı, otokorelasyon belirlenirken.

* Otokorelasyonun belirlenmesinde kullanılan en kolay yöntem regresyon sonucunda elde ettiğiniz artıkları belirli bir devre kaydı ile grafiğe dökmektir.

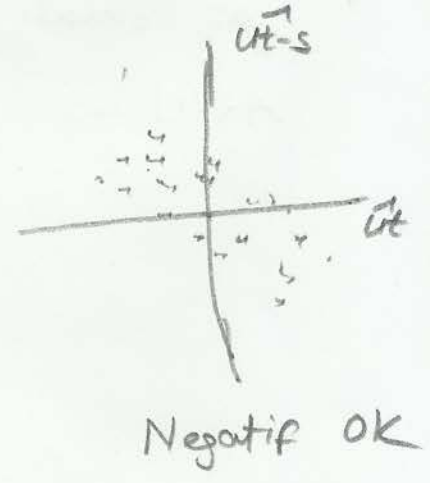
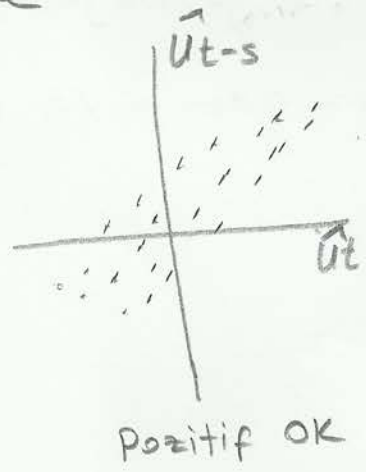
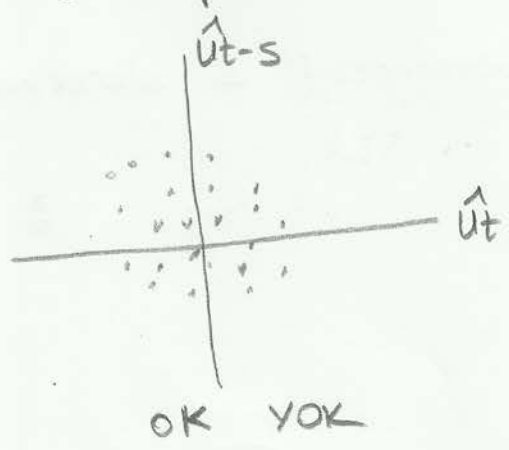
Model $y_t = \beta_0 + \beta_1 x_t + u_t$

ÖRF $\hat{y}_t = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_t$

s = devre kaydı (gecikme)

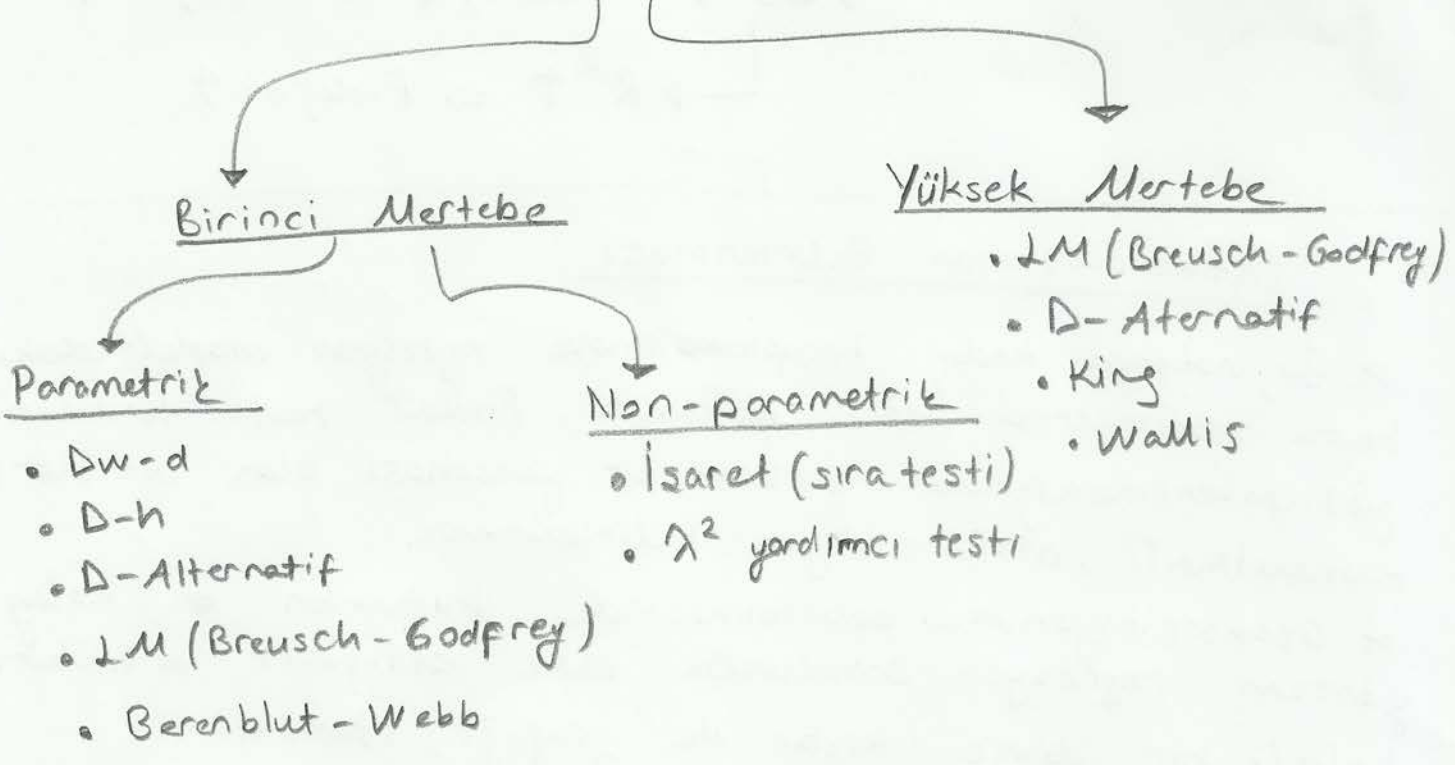
$y_t = \hat{y}_t + \hat{u}_t$ → artık \hat{u}_t ve \hat{u}_{t-s} kullan.

• Grafik ile belirleme



• Grafik ile belirleme en kolay yöntem olmasına rağmen sadece gözleme dayandığı için hataya sebep olabilir. Bu nedenle eğer OK şüpheleniyorsa ikinci adımda OK testleri uygulanmalıdır.

OK Testleri



* Otokorelasyon süreci: Otokorelasyonun kaçınıcı dereceden yani kaa dönem geriye gidildiğine bakılır. En küçük derece 1-dir. AR(1) olarak gösterilir.

Önemli: modelin AR(1) olması ile artıkların AR olması farklı durumları gösterir. Hata terimlerinin AR olması OK göstergesidir.

AR(1) $\Rightarrow u_t = \rho u_{t-1} + v_t \Rightarrow$ otoregresif 1. dereceden.