$$y = \beta_0 + \beta_1 x + u \qquad \text{BDR}$$

model $\quad y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + u \qquad \text{ÇDR}$

$\text{örf} \Rightarrow \hat{y} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_1 + \hat{\beta}_2 x_2$

$\hat{\beta}_1$ ve $\hat{\beta}_2$

$$E(\hat{\beta}_1 | x) = \beta_1$$

$$Var(\hat{\beta}_1 | x) = \frac{\hat{\sigma}^2}{SST_1 (1 - R_1^2)}$$

$$\boxed{\hat{\beta}_1 | X \sim \Big(\underbrace{\beta_1}_{\text{ort}} , \underbrace{Var(\hat{\beta}_1)}_{\text{varyans}} \Big)}$$

$\hat{\beta}_1$ + Dağılımı $\Rightarrow$ β_1 hakkında ne söylendili

ÇDR.8 : Normallik Varsayımı

Anakütle hata terimi u bağımsız değişken x'lerden bağımsızdır ve ortalaması 0'dır varyansı σ^2 olan normal dağılıma uyar.

$$u \overset{iid}{\sim} N(0, \sigma^2)$$

iid: independently identically distributed

- Normallik varsayımı ile GDR 5 - GDR 7 varsayımlar sağlarız.

$E(u|X) = 0$

$E(u) = 0$

$Corr(u_i, u_j) = 0$

$Var(u) = \sigma^2$

* $\underbrace{\text{GDR1} - \text{GDR7}}_{\text{Gauss-Markov}}$ + Normallik Vars. $\Rightarrow$ Klasik Varsayımlar.

- Klasik varsayımlar altında SEKK P.T. $\hat{B}_j$-lar sadece doğrusal tahmin ediciler arasında değil, doğrusal olsun ya da olmasın tüm tahmin ediciler arasında sapmasız ve en küçük varyanslı olanlarıdır.

$$y = B_0 + B_1 x_1 + B_2 x_2 + \dots + B_k x_k + u$$

$$E(y|X) = B_0 + B_1 x_1 + B_2 x_2 + \dots + B_k x_k$$

$$Var(y|X) = \sigma^2$$

$$\boxed{y|X \sim N(B_0 + B_1 x_1 + B_2 x_2 + \dots + B_k x_k, \sigma^2)}$$

ÖR: $X \sim N(0, \sigma^2)$

$E(X) = 0$

$Var(X) = \sigma^2$

$\boxed{Y = 2X + b}$ $\Longrightarrow$ nasıl dağılır y ?

$$E(Y) = E(2x + b) \qquad Var(Y) = Var(2x + b)$$

$$= 2E(x) + b \qquad = 2^2 Var(X)$$

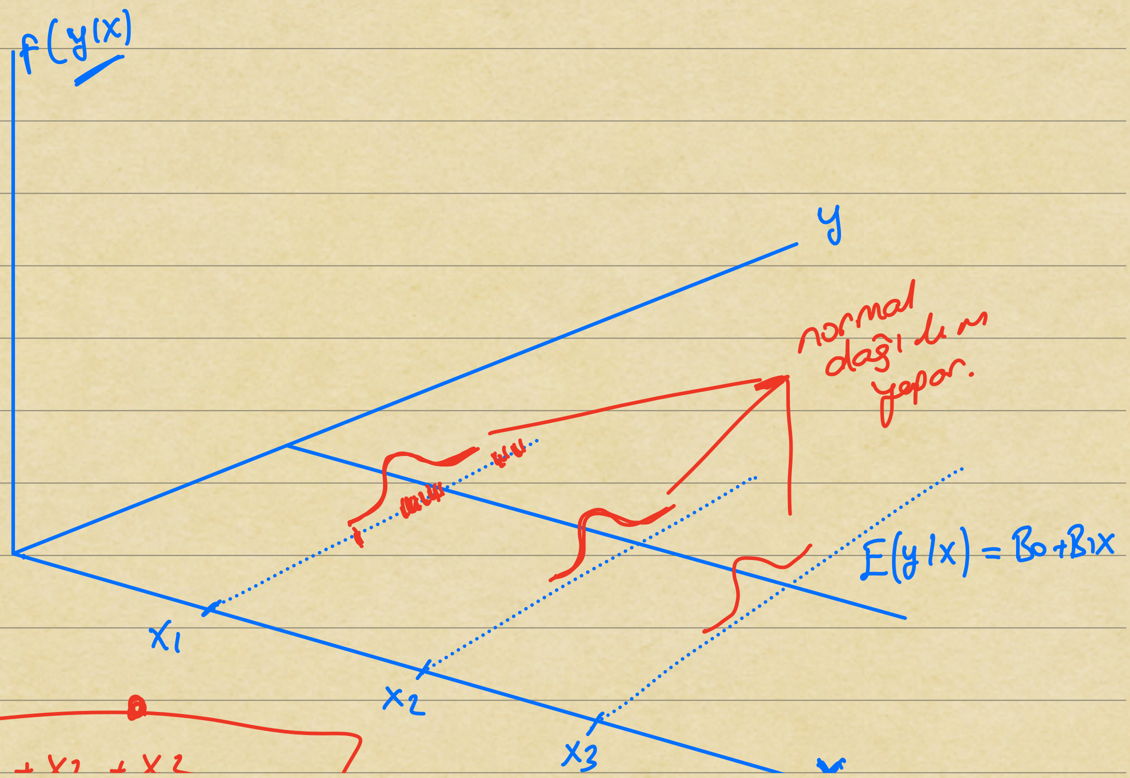
$$= 2 \cdot 0 + b \qquad = 4\sigma^2$$

$$= b$$

$$\boxed{Y \sim N(b, 4\sigma^2)}$$

$$\boxed{y | X \sim N(\beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots + \beta_k x_k, \sigma^2)}$$

$$\boxed{\begin{aligned} E(y|X) &= E(\beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots + \beta_k x_k + u \,|\, X) \\ &= \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots + \beta_k x_k \end{aligned}}$$



$u = x_1 + x_2 + x_3$

$u = x_1 + x_2 + x_3$

yetenek Lokasyo Sevect

SEKK P.T. $\hat{B}_J$-ların ÖRNEKLEM DAĞILIMLARI

$$\hat{B}_J = \frac{\sum \hat{r}_{iJ}\, y_i}{\sum \hat{r}_{iJ}^2} = \sum w_{iJ}\, y_i \qquad \boxed{w_{iJ} = \frac{\hat{r}_{iJ}}{\sum \hat{r}_{iJ}^2}}$$

$$\hat{B}_J = \sum w_{iJ}\, y_i$$

GDR1 - GD7 varsayımları altında SEKK p.t. $\hat{B}_J$'ların örneklem dağılımları

$$\hat{B}_J \mid X \sim \left(B_J \,,\, Var(\hat{B}_J) \right)$$

Normallik varsayımı eklendiğinde

$$\hat{B}_J \mid X \sim N\left(B_J \,,\, Var(\hat{B}_J) \right)$$

standardize edelim.

tahmin değeri

ortalama (hipotez testindeki değer olacak)

$$\frac{\hat{B}_J - B_J}{sd(\hat{B}_J)} \sim N(0,1)$$

$$sd(\hat{B}_J) = \frac{\sigma}{\sqrt{SST_1 (1 - R_1^2)}}$$

$$se(\hat{B}_J) = \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{SST_1 (1 - R_1^2)}}$$

$$t_{\hat{B}_J} = \frac{\hat{B}_J - B_J}{se(\hat{B}_J)} \sim t_{n-k-1}$$

istatistik değeri

t_{n-K}

n = gözlem sayısı

k = bağımsız değişken sayısı

K = parametre sayısı

k+1 = parametre

$n-(k+1) = n-k-1$

MAAŞ = $B_0 + B_1$ Eğitim

$\boxed{\hat{B}_1 | X \sim N(B_1, Var(\hat{B}_1))}$

t - Testi

① Sağ Kuyruk t-testi (Tek Yanlı Anlamlılık Testi)

- Çift kuyruk t-testine göre güçlüdür.
- Parametrenin işareti ilgili ön bir koşul varsa kullan.

$$y = B_0 + B_1 x_1 + B_2 x_2 + \ldots + B_k x_k + u$$

Boş hipotez, null hipotez, temel hipotez, sıfır hipotez

$H_0: B_J = 0$ => mevcut durum

$H_1: B_J > 0$ => araştırılan durum

alternatif (karşı) hipotez.

hipotezden gelen (Ho) değer.

- $t_{\hat{B}_J} = \dfrac{\hat{B}_J - B_J}{se(\hat{B}_J)} = \dfrac{\hat{B}_J}{se(\hat{B}_J)} \sim t_{n-k-1}$

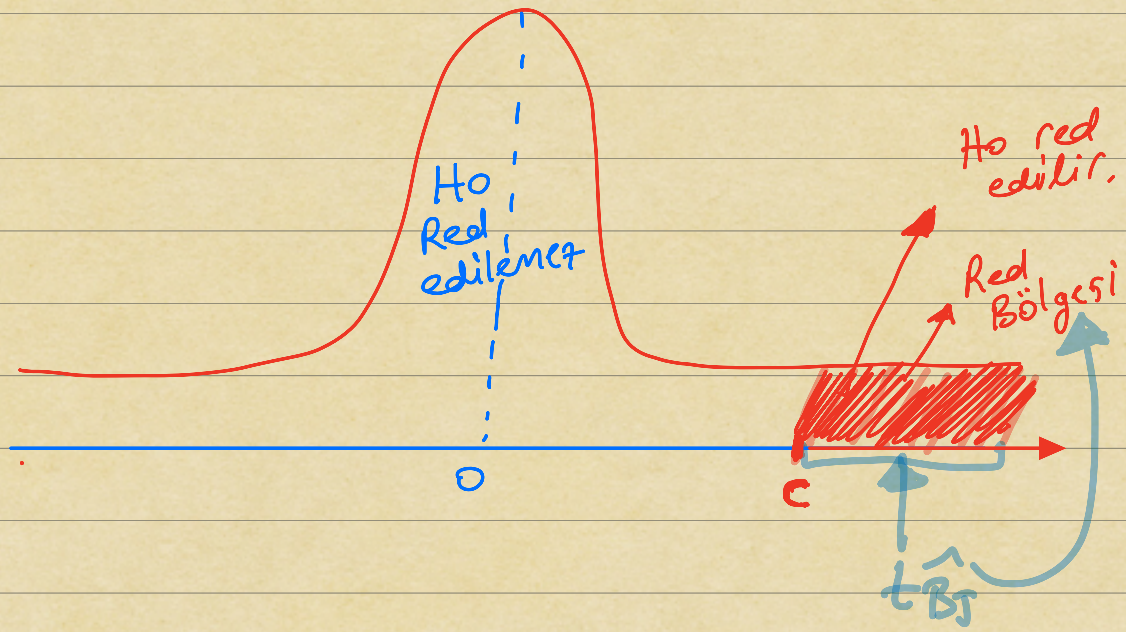
t-ist

- C = kritik değerin hesaplanmalı !!

- Karar Kuralı: Hesaplanan $t_{\hat{B}_J}$ test istatistiği ilgili anlamlılık düzeyinde (α) kritik değerden (c) büyükse Ho red edilir. Aksi takdirde Ho red edilemez.

$t_{\hat{B}_J} > C$ ise Ho RED EDİLİR.

$t_{\hat{B}_J} < C$ ise Ho RED EDİLEMEZ



α = anlamlılık düzeyi (hata payı)

↳ genelde alınan değer: %1, %5, %10

$\Downarrow$ 0.01, $\Downarrow$ 0.05, $\Downarrow$ 0.1

ÖR: α = %5 ⇒ 100 kere test yaptığında 5 kere Ho doğru olduğunda Red edilir. 95 kere red edilmez.

Ho: masum

H1: masum değil (suçlu)

α = anlamlılık düzeyi.

		Gerçek	
		Ho Masum	H1 Suçlu
Karar	Masum	masumu masum buldu 1 − α	suçlunun masum bulunması β (Tip 2 hatası)
		masumu: suçlu buldu	suçlu olan kişi

güçlü	α (Tip I hatası)	sadık bulmak $1-B$

✓ $1-B \Rightarrow$ güç $\uparrow$

✓ $\alpha \Rightarrow$ hata $\downarrow$

Tip 1 hatası Tip 2 hatası

$\alpha \downarrow \rightarrow B \uparrow \Rightarrow 1-B \downarrow$

değiş - tokuş var.

Ho (Gerçekte)

Ho ile ilgili Karar	Doğru	Yanlış
Red edilemez	Doğru Karar $1-\alpha$ (doğru negatif)	Yanlış Karar Tip 2 Hatası B yanlış negatif
Red edilir	Yanlış Karar Tip I hatası α (yanlış pozitif)	Doğru Karar $1-B$ (doğru pozitif)

$\alpha \downarrow$ ✓

$\boxed{1-B} \downarrow$ → hipotezin gücü

$\Rightarrow$ değiş tokuş

$\alpha \downarrow \Rightarrow B \uparrow \Rightarrow 1-B \downarrow$

- Tip II $(B) \downarrow \Rightarrow n \uparrow$ ya da $\alpha \uparrow$

  $\hookrightarrow 1-B \uparrow$

$C =$ kritik değerin hesaplanmalı

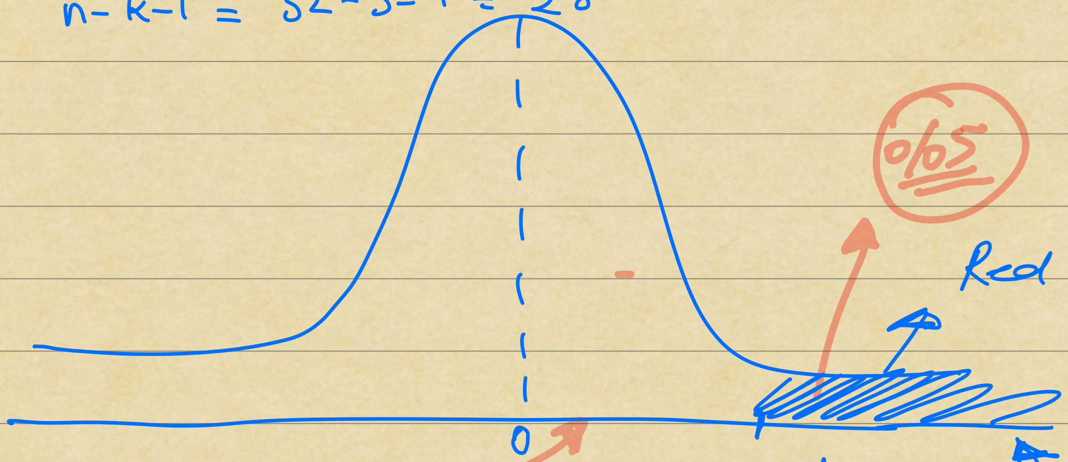
$\hookrightarrow \alpha$ verilmiş olsun

$C = t_{\alpha, n-k-1}$ $\quad n-k-1 =$ serbestlik derecesi

ÖR: Tek kuyruklu t-testi yapalım. (sağ-kuyruk)

$\alpha = \%5$ $\quad n = 32$ $\quad k = 3$

$n-k-1 = 32-3-1 = 28$



$c = t_{0.05,\,28}$

$c = 1.701$

$c = 1.701$

(1) $t_{\hat{B}_J} = 2.5$ $\Rightarrow$ Ho Red edilir.

$B_J > 0$ ✓ $\Rightarrow$ istatistiki olarak anlamlı

(2) $t_{\hat{B}_J} = 1.5$ $\Rightarrow$ Ho Red edilemez ve B_J istatistiki olarak anlamsız.

(2) Sol Kuyruk t-testi (Tek Yanlı Anlamlılık Testi)

Ho: $B_J = 0$

H1: $B_J < 0$

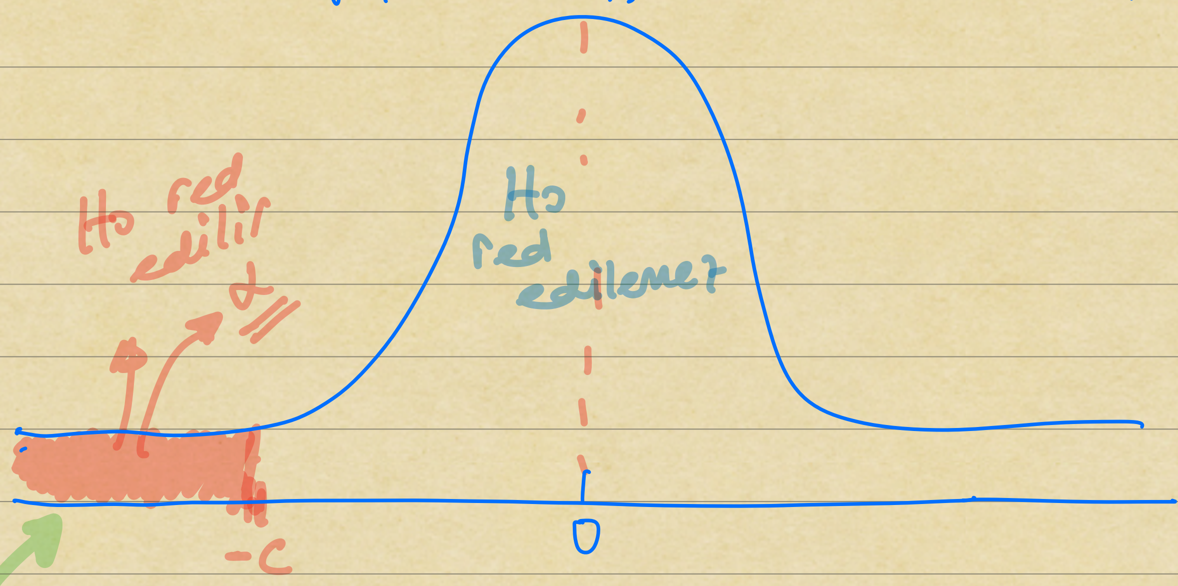
$t_{\hat{B}_J} = \hat{B}_J - B_J \quad = \quad \hat{B}_J \quad \sim t_{n-k-1}$

$$\frac{\quad}{se(\hat{\beta}_J)} \quad - \quad \frac{\quad}{se(\hat{\beta}_J)}$$

- Karar kuralı: Hesaplanan $t_{\hat{\beta}_J}$ test istatistiği ilgili anlamlılık düzeyindeki (α) kritik değerden ($-c$) küçükse Ho Red edilir. Aksi durumda Ho red edilemez.

$t_{\hat{\beta}_J} < -c$ ise Ho Red edilir

$t_{\hat{\beta}_J} > -c$ ise Ho Red edilemez.



$$\left.\begin{aligned} \alpha &= 0{,}05 \\ n &= 24 \\ k &= 5 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \quad \begin{aligned} c &= t_{0{,}05,\, n-k-1} \\ &= t_{0{,}05,\, 18} \\ &= -1{,}734 \end{aligned}$$

$t_{\hat{\beta}_J} = -2 \qquad c = -1{,}734 \Rightarrow$ Karar

$t_{\hat{B}_J} = -2$

Karar? $\rightarrow$ H_0 red ediyoruz.

$H_1: B_J < 0$

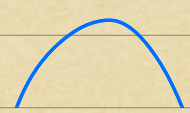
$B_J < 0 \Rightarrow$ istatistiki olarak anlamlı

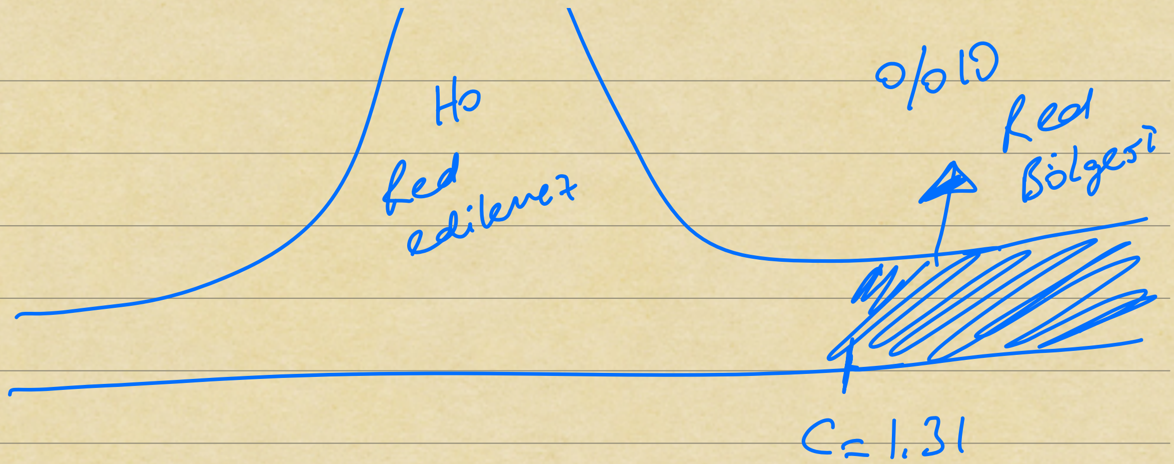
$H_0: \quad B_J = 0$ $\qquad \alpha = \%10$ $\qquad t_{\hat{B}_J} = 2.2$

$H_1: \quad B_J > 0$ $\qquad n = 35$

$k = 4$

Karar nedir? $\qquad c = t_{0.1,\,30} = 1.31$





Hatırlatma :

$wage = B_0 + B_1 EDUC + u$

$\widehat{wage} = \hat{B}_0 + \hat{B}_1 EDUC$

$\widehat{wage} = 1.5 - 17 EDUC$

$\hat{B}_1 = -17 \Rightarrow$? Problem

İktisadi olarak anlamsız

$\hat{B}_1 = +17$

Daha sonra istatistiki olarak anlamlı mı değil mi ?

İki taraflı Anlamlılık Testi (Çift Kuyruk t testi)
(Two-Tailed t-test)

$y = B_0 + B_1x + u$

$H_0: B_j = 0$
$H_1: B_j < 0$

$B_j = 0$
$B_j > 0$

$$\hat{y} = \hat{B}_0 + \hat{B}_1 x + u$$

$$(se(\hat{B}_1))$$

$$\boxed{\begin{array}{l} H_0: \ B_J = 0 \\ H_1: \ B_J \neq 0 \end{array}} \quad \left\} \quad t_{\hat{B}_J} = \frac{\hat{B}_J - B_J}{se(\hat{B}_J)} = \frac{B_J}{se(\hat{B}_J)} \sim t_{n-k-1} \right.$$

$= 0$

$s.d = n-k-1$

gözlem sayısı

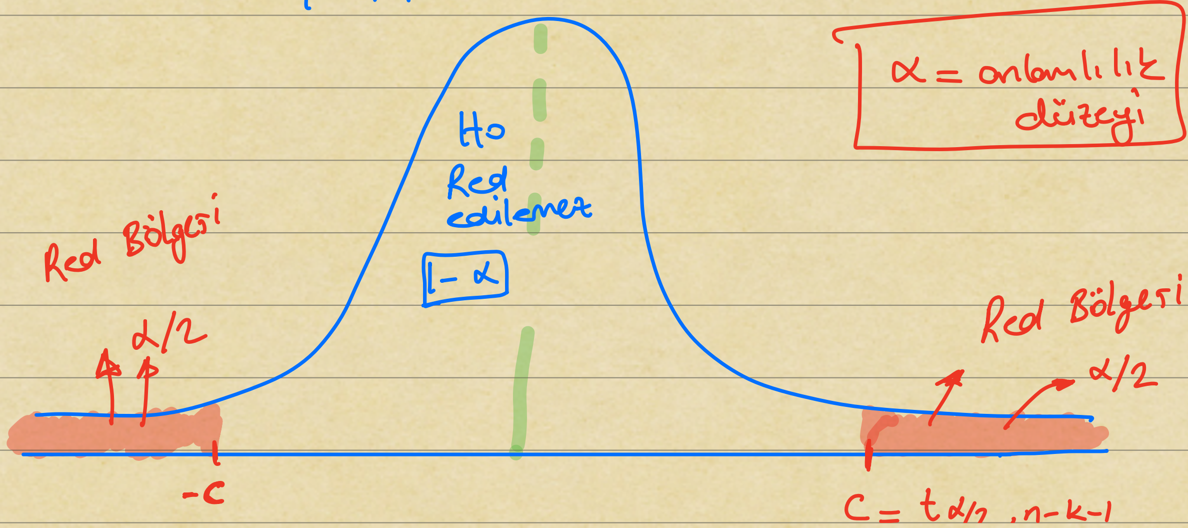
bağımsız değişken sayısı

Karar Kuralı: Hesaplanan $|t_{\hat{B}_J}|$ test istatistiği ilgili anlamlılık düzeyindeki (α) kritik değerinden $c = (t_{\alpha/2,\, n-k-1})$ büyükse Ho red edilir. Aksi durumda Ho red edilemez B_J'nin sıfırdan farklı olduğunu gösteren istatistiki bir kanıt yoktur.

$|t_{\hat{B}_J}| > c$ ise Ho RED

$|t_{\hat{B}_J}| < c$ ise Ho RED EDİLEMEZ

$\boxed{\alpha = \text{anlamlılık düzeyi}}$

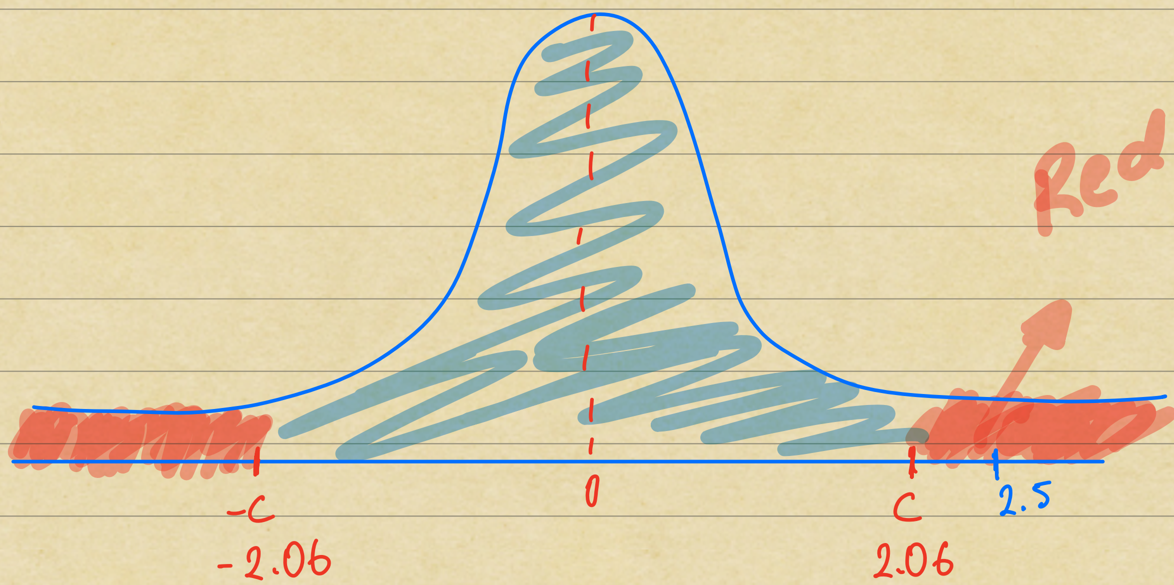


ÖR: $\hat{B}_J = 5$ $\qquad$ $n = 30$ $\qquad$ $\alpha = \%5$

$se(\hat{B}_J) = 2$ $\qquad$ $k = 4$

Çift kuyruklu anlamlılık testi sonucu nedir?

$$t_{\hat{B}_J} = \frac{\hat{B}_J}{se(\hat{B}_J)} = \frac{5}{2} = 2.5 \qquad c = t_{\alpha/2,\, n-k-1} = t_{0.025,\, 25} =$$



H_0 Red edilir $\quad$ B_J istatistiki olarak anlamlıdır.

↳ B_J istatistiki olarak sıfırdan farklıdır.

ÖR 1 ⇒ $\widehat{\ln(wage)} = \underset{(0,104)}{0.284} + \underset{(0.007)}{0.092}\, EDUC + \underset{(0.0017)}{0.04}\, exper$

$n = 526$ $\qquad$ $+ \underset{(0.003)}{0.022}\, tenure$

① Eğitim ? ⇒ Tek kuyruklu anlamlılık testi ?

Sağ kuyruk

$\alpha = \%1$ $\quad t =$

② Exper ? ⇒ Tek kuyruklu anlamlılık testi ?

→ $\alpha = \%10$

$\alpha = \%5$

$\alpha = \%1$

? %1'de anlamlı ise hepsinde anlamlıdır.

2.326

$c = t_{0.01,\, s.d} = t_{0.01,\, 522}$

$c = t_{0.05,\, s.d} = t_{0.05,\, 522} = 1.645$

$c = t_{0.1,\, sd} = 1.282$

$= t_{0.1,\, 522}$

$sd = n - k - 1$

$= 526 - 3 - 1$

$= 522$

$\%1 \Rightarrow 2.326$

$\%5 \Rightarrow 1.645$

$\%10 \Rightarrow 1.282$

①

EDUC

$$t_{\hat{B}_J} = \frac{0.092}{0.007} = 13.1$$

$\alpha = \%1$

$t_{\hat{B}_J} > 2.326 \Rightarrow H_0$ Red edilir

ve

B_J istatistiki olarak sıfırdan büyük.

ÖR: $t_{\hat{B}_J} = 1.5$ → %10 ⇒ H0 RED

%5 ⇒ H0 RED EDİLEMEZ

%1 ⇒ // // //

2

$\rightarrow t_{\hat{B}_J}^{exper} = \dfrac{0.04}{0.0017} = 23.52$

%1 ⇒ Ho RED

%5 ⇒ Ho RED

%10 ⇒ Ho RED

ÖR:

$$\hat{y} = \underset{}{1.389} + \underset{(0{,}094)}{0.412\, x_1} + \underset{(0{,}011)}{0{,}015\, x_2} - \underset{(0{,}026)}{0.083 \cdot x_3}$$

$n = 141 \qquad R^2 = 0.23$

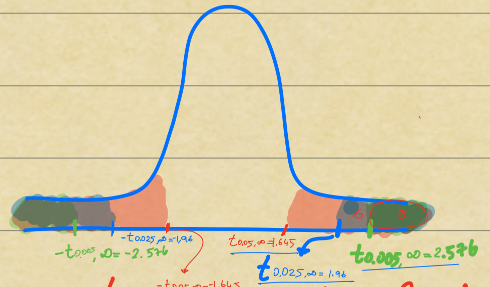
X_2 için çift kuyruklu anlamlılık testi → %1, %5, %10

$t_{\hat{B}_2} = \dfrac{0{,}015}{0{,}011} = 1.36$

%1 ⇒ $c = 2{,}576$

%5 ⇒ $c = 1{,}96$

%10 ⇒ $c = 1{,}645$



$s.d = n - k - 1$
$= 141 - 3 - 1$
$= 137$

%1 ⇒ Ho Red edilmez

%5 ⇒ // // //

%10 ⇒ // // //

⇒ B_2 ist. olarak anlamsız

Çift Kuyruk t-testi (β_J'nin sıfırdan farklı değerleri için)

~~$H_0: \beta_J = 0$~~

~~$H_1: \beta_J \neq 0$~~

$H_0: \beta_J = a_J$

$H_1: \beta_J \neq a_J$

$$t_{\hat{\beta}_J} = \frac{\hat{\beta}_J - \beta_J}{se(\hat{\beta}_J)} = \frac{\hat{\beta}_J - a_J}{se(\hat{\beta}_J)}$$

Karar kuralı $\Rightarrow$ daha önceki çift kuyruk t testinde yapılanın aynısı

Tek Kuyruk t-testi (β_J'nin sıfırdan farklı değerleri için)

Sol

~~$H_0: \beta_J = 0$~~ $\longrightarrow$ $H_0: \beta_J = a_J$

~~$H_1: \beta_J < 0$~~ $\longrightarrow$ $H_1: \beta_J < a_J$

SAĞ

~~$H_0: \beta_J = 0$~~ $\longrightarrow$ $H_0: \beta_J = a_J$

~~$H_1: \beta_J > 0$~~ $\longrightarrow$ $H_1: \beta_J > a_J$

ÖR:

$exp = e$

$$crime = exp(\beta_0)\, enroll^{\beta_1}\, exp(u) \Rightarrow e^{\beta_0}\, enroll^{\beta_1}\, e^{u}$$

$$\boxed{y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + u}$$

$ln(e) = 1$

$\ln crime = B_0 + B_1 \ln(enroll) + u$

$\widehat{\ln crime} = \underset{(1.03)}{-6.63} + \underset{(0.11)}{1.27} \ln(enroll)$ $\qquad n = 97$

$H_0: B_1 = 1$

$H_1: B_1 > 1$

$\Rightarrow t_{\hat{B}_1} = \frac{1.27 - 1}{0.11} = 2.45$

$\alpha = \%5 \qquad c = t_{0.05,\,95} = 1.66$

Ho Red edilir

B_1 ist. olarak 1'den büyük

t-testi için p-değerinin Hesaplanması

n=500 k=4 s.d = 495 → ∞

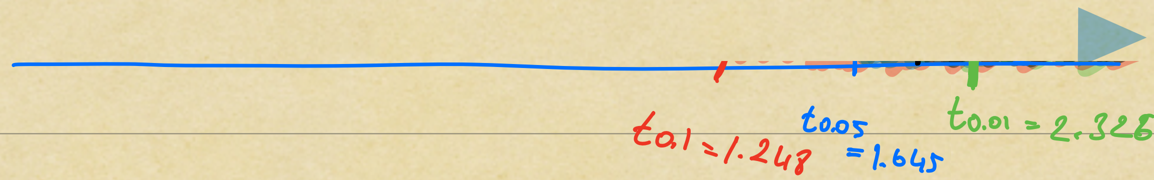
→ z dağılımına yakınsadı

s.d = ∞

%1 ⇒ $t_{0.01,\infty} = 2.328$

%5 ⇒ $t_{0.05,\infty} = 1.645$

%10 ⇒ $t_{0.1,\infty} = 1.285$



$p < \%1 \Rightarrow \%1$-de H_0 red edilir

$p < \%5 \Rightarrow \%5$-de " " "

$p < \%10 \Rightarrow \%10$-da " " "

→ p-değeri anlamlılık düzeyi α-dan düşük ise H_0 red edilir.

ÖR: Tek kuyruk

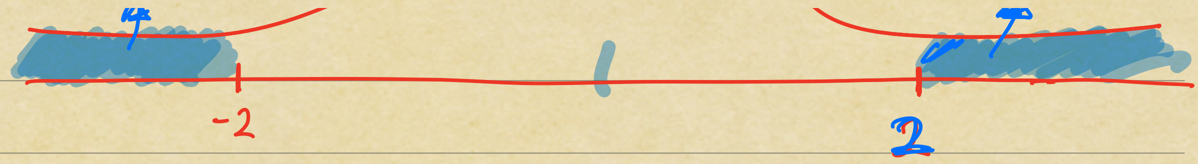
$t_{ist} = 2 \Rightarrow$ tablodan p-değerini bul

H_0 %5 anlamlılık seviyesinde red edilir.

Çift kuyruk

$H_0: \; B_J = 0$
$H_1: \; B_J \neq 0$

$t_{\hat{B}_J} = 2$



p-değeri = %2.3 + %2.3

= %4.6 = 0.046

$$\boxed{\begin{array}{l} H_0: \; B_J = 0 \\ H_1: \; B_J \neq 0 \end{array}} \Rightarrow t_{\hat{B}_J} = A = 2 \Rightarrow \text{p-değeri} =$$

çift kuyruk

%01 ⇒ Ho Red edilmez

%5 ⇒ Ho Red edilir

%10 ⇒ Ho Red edilir.

p-değerinin olabildiğince küçük olması istenir.

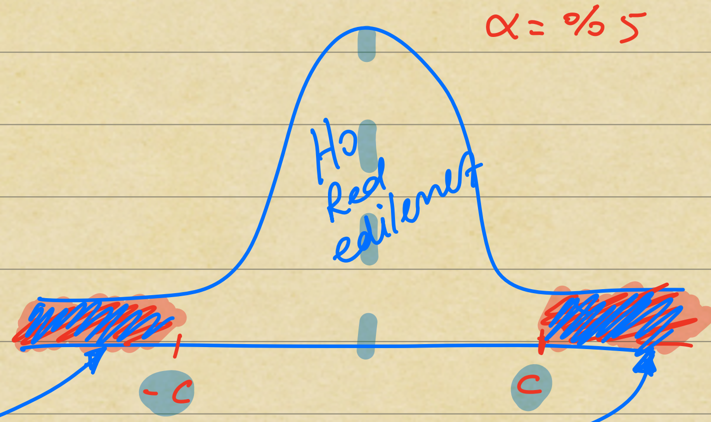
Çift Kuyruk Anlamlılık Testi

$H_0: B_J = 0$

$H_1: B_J \neq 0$

$\alpha = \%5$

$$t_{\hat{B}_J} = \frac{\hat{B}_J}{se(\hat{B}_J)\downarrow}$$



$Var(\hat{B}_J) \downarrow \Rightarrow se(\hat{B}_J) \downarrow \Rightarrow \hat{B}_J$ daha hassas tahmin

$$\boxed{Var(\hat{B}_J) = \frac{\hat{\sigma}^2}{SST_J(1-R_J^2)}}$$

$\hat{\sigma}^2 \downarrow$

$SST_J \uparrow$

$n \uparrow \Rightarrow SST_J \uparrow \Rightarrow Var \downarrow$

Güçlü açıklayıcı değişken ekle $\Rightarrow$ $\hat{\sigma}^2 \downarrow \Rightarrow Var \downarrow$

Güven Aralıkları

* Klasik regresyon modeli varsayımları altında anakütle parametreleri için güven aralıkları oluşturulabilir.

↳ Çift kuyrukta

$$t_{\hat{B}_J} = \frac{\hat{B}_J}{se(\hat{B}_J)} \sim t_{n-k-1}$$

sd: $n-k-1$

α = anlamlılık düzeyi

c = kritik değer.

%100$(1-\alpha)$ güven aralığı şu şekilde oluşturulabilir

$$\hat{B}_J \pm c \cdot se(\hat{B}_J) \Rightarrow \text{güven aralığı}$$

$\underline{B_J} = \hat{B}_J - c \cdot se(\hat{B}_J)$

alt limit

$\overline{B_J} = \hat{B}_J + c \cdot se(\hat{B}_J)$

üst limit

$$\boxed{\hat{B}_J - c \cdot se(\hat{B}_J) < B_J < \hat{B}_J + c \cdot se(\hat{B}_J)} \Rightarrow \text{\%100}(1-\alpha) \text{ güven}$$

aralığı

alt limit $\leq B_J \leq$ üst limit

$$\boxed{3 \leq B_J \leq 5}$$

* Olanaklı tüm örneklemleri çekersek ve her örneklem için regresyon tahmini yapıp, ilgili anakütle katsayısı için güven aralığı oluşturursak, bu güven aralıklarının %100(1−α) kadarı doğru parametre değerini içerecektir.

ÖR: $\alpha = 0.05$ için, 100 güven aralığından 95-nin doğru parametreyi içerdiğini söyler.

ÖR: $s.d = 25$ $\quad se(\hat{B}_J) = 1.2$ $\quad \hat{B}_J = 4$

$\alpha = 0.05$

$$\hat{B}_J - c \cdot se(\hat{B}_J) \leq B_J \leq \hat{B}_J + c \cdot se(\hat{B}_J)$$

$$c = t_{0.05/2,\,25} = t_{0.025,\,25} = 2.06$$

$$4 - 2.06 \times 1.2 \leq B_J \leq 4 + 2.06 \times 1.2$$

%100(1−α)

%95 $\leftarrow$ $\boxed{1.528 \leq B_J \leq 6.272}$

ÖR:

$$\widehat{\ln(price)} = \underset{(1.15)}{7.46} + \underset{(0.184)}{0.634} \ln(sqrt) - \underset{(0.059)}{0.066}\, bdrm$$

$$+ \underset{(0.075)}{0.158}\, bthrm$$

$$n = 19 \qquad R^2 = 0.806$$

lnsqrt için %95 güven aralığını hesaplayın.

$\alpha = 0.05$

$s.d = n-k-1 \qquad c = t_{0.05/2,\,15} = t_{0.025,\,15} = 2.131$

$= 19-3-1$

$= 15$

$$0.634 - 2.131 \times 0.184 \leq B_J \leq 0.634 + 2.131 \times 0.184$$

$$0.634 - 0.392 \leq B_J \leq 0.634 + 0.392$$

%95 ← $\boxed{0.241 \leq B_J \leq 1.026}$

Güven aralığı 0 değerini içermediği için B_J istatistiki olarak 0'dan farklıdır yani ististiki olarak anlamlıdır.

Red → $H_0: B_J = 0$

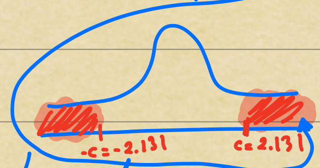
$\boxed{H_1: B_J \neq 0}$

$t_{0.025,15} = 2.131$

$se(\hat{B}_J) = 0.184$

$\hat{B}_J = 0.634$

$$t_{\hat{B}_J} = \frac{0.634}{0.184} = 3.44$$



ÖR: Eğer sonuç şu şekilde olsaydı

$$-1.5 \leq B_J \leq 3$$

güven aralığı 0 değerini içerdiği için B_J istatistiki olarak anlamsız derirdi.

ÖR:

$H_0: B_J = \alpha$

$H_1: B_J \neq \alpha$

$\Rightarrow$ Bunun eşleniği bir güven aralığı oluşturulmak istenirse.

$$2 \leq B_J \leq 5$$

eğer bu aralık α değerini içermiyorsa yandaki H_0 hipotezi reddediliyordur.

$$t_{\hat{B}_J} = \frac{\hat{B}_J - \alpha}{se(\hat{B}_J)} \sim t_{n-k-1}$$

* %90, %95 ve %99 güven aralıklarından hangisi daha geniştir.

%90 |——|

%95 |————|

%99 |——————|

Parametrelerin Tek Bir doğrusal Kombinasyonuna İlişkin Hipotez Testi

model $\quad \ln(wage) = B_0 + B_1 jc + B_2 univ + B_3 exper + u$

$H_0: B_1 = B_2$

$H_1: B_1 < B_2$

$H_0: B_1 - B_2 = 0$

$H_1: B_1 - B_2 < 0$

$\Rightarrow$ Sol kuyruk t-testi

$t = \hat{B}_1 - \hat{B}_2 - (B_1 - B_2)$

$t = \hat{B}_J - B_J$

$$\frac{\quad}{se(\hat{B}_1 - \hat{B}_2)} \qquad se(\hat{B}_j)$$

$$se(\hat{B}_1 - \hat{B}_2) = \sqrt{Var(\hat{B}_1 - \hat{B}_2)}$$

$$Var(\hat{B}_1 - \hat{B}_2) = Var(\hat{B}_1) + Var(\hat{B}_2) - 2\,Cov(\hat{B}_1, \hat{B}_2)$$

$$\boxed{\theta = B_1 - B_2}$$

$$\left.\begin{array}{l} H_0: B_1 - B_2 = 0 \\ H_1: B_1 - B_2 < 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l} H_0: \theta = 0 \\ \boxed{H_1: \theta < 0} \end{array} \qquad B_1 = \theta + B_2$$

$$y = B_0 + (\theta + B_2)x_1 + B_2 x_2 + B_3 x_3 + u$$

$$y = B_0 + \theta x_1 + B_2(x_1 + x_2) + B_3 x_3 + u$$

$\hookrightarrow se(\theta)$

$$\ln(wage) = 1.43 + 0.098\,jc + 0{,}124\,univ + 0{,}019\,exper$$

değiştirilmiş

jc + univ

$$\ln(wage) = \underset{(0{,}27)}{1.43} - \underset{(0{,}018)}{0{,}026}\,jc + \underset{(0{,}035)}{0{,}124}\,TOT + \underset{(0{,}008)}{0{,}019}\,exper$$

$n = 285 \qquad R^2 = 0.243$

$s.d = n-k-1$
$= 285-3-1$
$= 281$

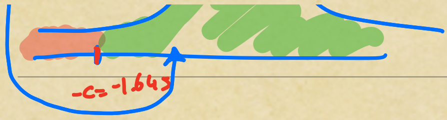
$\alpha = \%5 \Rightarrow c = t_{0{,}05,\,281} = -1.645$

$$t\text{-ist} = \frac{-0.026}{0.018} = -1.44 \Rightarrow p = 0.075$$

$\alpha = \%10 \Rightarrow$ sonuç? <u>H_0 red edilir H_1 kabul</u> edilir

$H_1 \Rightarrow \underline{B_1} < B_2$

$\hookrightarrow$ yüksek okul maaş



üzerinde üniversiteye göre daha az etkili

ÖR: $\ln(Boy) = B_0 + B_1 \ln(ANNE\ BOY) + B_2 \ln(BABA\ BOY) + u$

$H_0: B_1 = B_2$
$H_1: B_1 \neq B_2$ $\Rightarrow$ $H_0: B_1 - B_2 = 0$
$H_1: B_1 - B_2 \neq 0$

$$t\text{-}is = \frac{\hat{B}_1 - \hat{B}_2 - \overbrace{(B_1 - B_2)}^{=0}}{se(\hat{B}_1 - \hat{B}_2)}$$

$H_0: \theta = 0$ $\Rightarrow$ $\theta = B_1 - B_2$

$H_1: \theta \neq 0$ $\quad \boxed{B_1 = \theta + B_2}$

B_1

$$\ln(Boy) = B_0 + (\theta + B_2)\ln AB + B_2 \ln BB + u$$

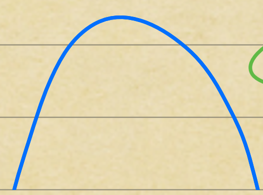
$$\boxed{\ln(Boy) = B_0 + \theta \ln AB + B_2(\ln AB + \ln BB) + u}$$

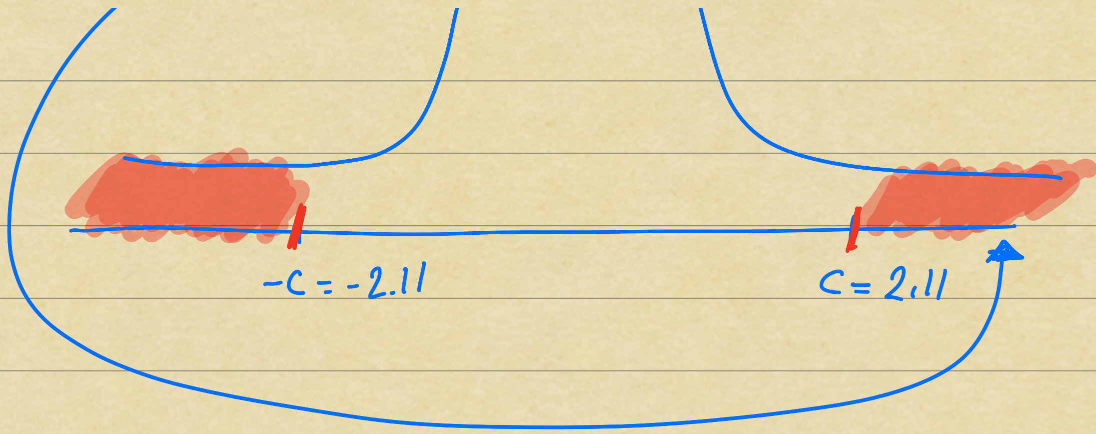
$$\ln(Boy) = 1.5 + \underset{(0.9)}{3} . \ln AB + 4(\ln AB + \ln BB) + u$$

$n = 20$ $\quad \boxed{\alpha = 0/05}$ $\quad$ $s.d = 20 - 2 - 1 = 17$

$$t = \frac{3}{0.9} = 3.33 \sim t_{n-k-1}$$

$c = t_{0.025, 17} = 2.11$





Ho red edilir ($\theta = B_1 - B_2 = 0$) Kısacası istatistiki olarak annenin boyu ve babanın boyu çocuk boyu üzerindeki etkisi eşit değildir.

F Testi (Birçok doğrusal kısıt aynı anda test ediliyor)

★ Regresyonda yer alan bir değişkenler grubunun birlikte y üzerinde anlamlı bir etkisinin olup olmadığını test etmek istiyoruz.

model

$$y = B_0 + B_1 x_1 + B_2 x_2 + B_3 x_3 + B_4 x_4 + B_5 x_5 + u$$

$$\boxed{\begin{array}{l} H_0: B_3 = 0,\ B_4 = 0,\ B_5 = 0 \\ H_1: B_3 \neq 0,\ B_4 \neq 0,\ B_5 \neq 0 \end{array}} \Rightarrow \boxed{\begin{array}{l} H_0: B_3 = B_4 = B_5 = 0 \\ H_1: H_0 \text{ doğru değil.} \end{array}}$$

en az biri sıfırdan farklı

Ho hipotezi, x_3, x_4 ve x_5-in birlikte y üzerinde bir etkisinin olmadığını söyler. Alternatif hipotez ise en az birinin sıfırdan farklı olduğunu söyler.

Kısıtlanmamış (UnRestricted) Model

$$y = B_0 + B_1x_1 + B_2x_2 + B_3x_3 + B_4x_4 + B_5x_5 + u$$

SSR_{UR} ve R^2_{UR}

Kısıtlanmış (Restricted) Model

$$\boxed{y = B_0 + B_1x_1 + B_2x_2 + u}$$

SSR_r ve R^2_r

(1)

$$\text{F-ist} = \frac{(SSR_r - SSR_{ur})/q}{SSR_{ur}/(n-k-1)}$$

n = gözlem sayısı

k = bağımsız d. sayısı

q = kısıt sayısı

(2)

$$\text{F-ist} = \frac{(R^2_{ur} - R^2_r)/q}{(1-R^2_{ur})/(n-k-1)}$$

$R^2_{ur} > R^2_r$

$SSR_r > SSR_{ur}$

$SST = SSE + SSR$

$R^2 = \frac{SSE}{SST} = 1 - \frac{SSR}{SST}$

$SSR = SST(1-R^2)$

$SSR_r = SST(1-R^2_r)$

$SSR_{ur} = SST(1-R^2_{ur})$

$$\text{F-ist} \sim F_{\underbrace{q}_{\text{paydaki} = s.d.1},\ \underbrace{n-k-1}_{\text{paydadaki s.d.2}}}$$

$s.d.1 = q$

$s.d.2 = n-k-1$

$$\boxed{c = F_{\alpha, q, n-k-1}}$$

α = anlamlılık düzeyi

Karar Kuralı: F-ist > c ise H_0 Red edilir.

c ise ilgili $F_{q,n-k-1}$ dağılımında α düzeyindeki kritik değerdir

ÖR: $y = B_0 + B_1x_1 + B_2x_2 + B_3x_3 + B_4x_4 + B_5x_5 + u$

$n = 197$

$H_0: B_4 = B_5 = 0$ $\alpha = 0{,}05$

$H_1:$ H_0 doğru değil

Kısıtlanmamış model

$y = B_0 + B_1x_1 + B_2x_2 + B_3x_3 + B_4x_4 + B_5x_5 + u$

$R^2_{ur} = 0{,}0387$

Kısıtlanmış model

$y = B_0 + B_1x_1 + B_2x_2 + B_3x_3 + u$

$R^2_r = 0.0364$

$q = 2$ s.d.1 $= q = 2$

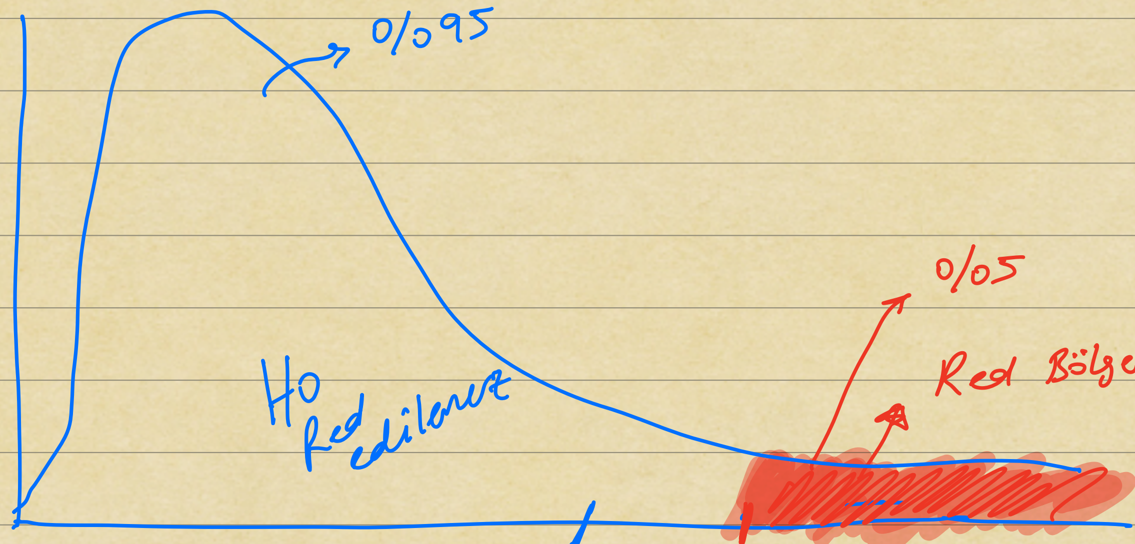
$n = 1191$ sd2 $= n-k-1 = 1191 - 5 - 1 = 1185$

$k = 5$

$c = F_{0{,}05,\ 2,\ 1185} = ?$

$$\boxed{F\text{-ist} = \frac{(R^2_{ur} - R^2_r)/q}{(1 - R^2_{ur})/(n-k-1)}}$$

$$F\text{-ist} = \frac{(0{,}0387 - 0{,}0364)/2}{(1 - 0.0387)/1185} = \underline{\underline{1.4376}}$$



$c = F_{0.05,\, 2,\, 1185} = 3$

$F = 1.4376$

Karar = Ho red edilemez.

Bu iki değişken birlikte istatistiki olarak anlamsızdır.

Regresyonun Bütün Olarak Anlamlılığı

$y = B_0 + B_1 \underline{x_1} + B_2 x_2 + \ldots + B_k x_k + u$

$H_0 : \; B_1 = B_2 = \ldots = B_k = 0 \Rightarrow$ model çöp

$H_1 :$ Ho doğru değil $\Rightarrow$ model istatistiki olarak anlamlı

Kısıtlanmamış Model

$$y = B_0 + B_1x_1 + B_2x_2 + \dots + B_kx_k + u \longrightarrow R^2_{ur} \text{ ve } SSR_{ur}$$

Kısıtlanmış model

$$y = B_0 + u \longrightarrow R^2_r = 0$$

$$F\text{-ist} = \frac{(R^2_{ur} - R^2_r)/q}{(1-R^2_{ur})/(n-k-1)}$$

$$\boxed{F\text{-ist} = \frac{R^2_{ur}/k}{(1-R^2_{ur})/(n-k-1)}} \sim F_{k,\,n-k-1}$$

ÖR:

$$\ln(\hat{y}) = \underset{(0.56)}{0.26} + \underset{(0.15)}{1.04}\,x_1 + \underset{(0.03)}{0.007}\,x_2 - \underset{(0.13)}{0.103}\,x_3 + \underset{(0{,}02)}{0.03}\,x_4$$

$\boxed{\alpha = \%1}$

$n = 88 \quad R^2 = 0{,}76$

$F\text{-ist} = \dfrac{R^2_{ur}/k}{\dots}$

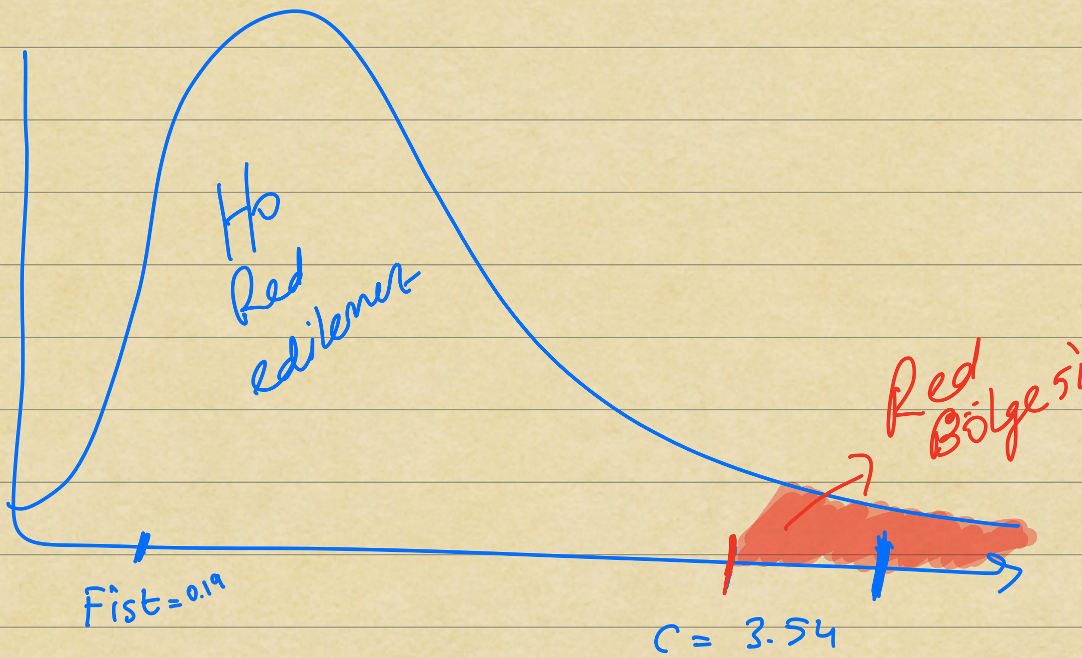
$c = F_{0{,}01,\,4,\,83} = 3.54$

sd1 = 4

sd2 = 83

$$(1-R^2_{ur})/(n-K-1)$$

$$= \frac{0.76/4}{(1-0.76)/83} = 0.19$$



↳ Karar: Ho red edilemez
model istatistiki olarak anlamsız